

丛书序

粒计算是一个新兴的、多学科交叉的研究领域。它既融入了经典的智慧，也包括了信息时代的创新。通过十多年的研究，粒计算逐渐形成了自己的哲学、理论、方法和工具，并产生了粒思维、粒逻辑、粒推理、粒分析、粒处理、粒问题求解等诸多研究课题。值得骄傲的是，中国科学工作者为粒计算研究发挥了奠基性的作用，并引导了粒计算研究的发展趋势。在过去几年里，科学出版社出版了一系列具有广泛影响的粒计算著作，包括《粒计算：过去、现在与展望》、《商空间与粒计算——结构化问题求解理论与方法》、《不确定性与粒计算》等。为了更系统、全面地介绍粒计算的最新研究成果，推动粒计算研究的发展，科学出版社推出了《粒计算研究丛书》。本丛书的基本编辑方式为：以粒计算为中心，每年选择该领域的一个突出热点为主题，邀请国内外粒计算和该主题方面的知名专家、学者就此主题撰文，来介绍近期相关研究成果及对未来的展望。此外，其他相关研究者对该主题撰写的稿件，经丛书编委会评审通过后，也可以列入该系列丛书。本丛书与每年的粒计算研讨会建立长期合作关系，丛书的作者将捐献稿费购书，赠给研讨会的参会者。中国有句老话，“星星之火，可以燎原”，还有句谚语，“众人拾柴火焰高”。《粒计算研究丛书》就是基于这样的理念和信念出版发行的。粒计算还处于婴儿时期，是星星之火，在我们每个人的爱心呵护下，一定能够燃烧成燎原大火。粒计算的成长，要靠大家不断地提供营养，靠大家的集体智慧，靠每一个人的独特贡献。这套丛书为大家提供了一个平台，让我们可以相互探讨和交流，共同创新和建树，推广粒计算的研究与发展。本丛书受益于粒计算研究每一位同仁的热心参与，也必将服务于从事粒计算研究的每一位科学工作者、老师和同学。《粒计算研究丛书》的出版得到了众多学者的支持和鼓励，同时也得到了科学出版社的大力帮助。没有这些支持，也就没有本丛书。我们衷心地感谢所有给予我们支持和帮助的朋友们！

《粒计算研究丛书》编委会

2015年7月

前 言

随着大数据时代的到来,恰逢人工智能的又一次发展高潮,急需一种化繁为简、快速有效处理大数据的计算理论和工具,如何使机器能够模拟人类认识客观世界的认知过程,成为人工智能领域的一项重要任务。粒计算(granular computing)是当前人工智能研究领域中模拟人类思维和解决复杂问题的新方法。商空间理论、三支决策理论和粗糙集理论是粒计算的主要理论。

粒计算覆盖了有关粒度的主要理论、方法和技术,是研究复杂问题求解、大数据挖掘和不确定性信息处理等问题的有力工具。人类智能的一个公认特点就是人们能从极为不同的粒度上观察和分析同一问题,人们不仅能在不同粒度的世界上进行问题求解,而且能够很快地从一个粒度世界跳到另一个粒度世界,往返自如,毫无困难。这种处理不同粒度世界的的能力,正是人类问题求解的强有力的表现。粒计算理论提出至今已有 30 多年,受到众多研究者的广泛关注,成为学术界重视的一个新研究领域。

随着粒计算研究工作的不断深入,国内外学者从不同的角度展开了相关研究,组织了国际、国内学术会议和暑期研讨会等多种形式的学术交流活动,并相继出版了一系列著作。例如,2007 年张钊、张铃出版了《问题求解理论及应用——商空间粒度计算理论及应用(第 2 版)》(清华大学出版社);2008 年由 13 位海内外华人学者合著出版了《粒计算:过去、现在与展望》(科学出版社);2010 年结合粒计算专题在安徽大学举办了商空间与粒计算的专题研讨会,出版了《商空间与粒计算——结构化问题求解理论与方法》(科学出版社);2011 年在同济大学举办了不确定性 & 粒计算的专题研讨会,出版了《不确定性与粒计算》(科学出版社);2012~2015 年相继出版了《云模型与粒计算》(科学出版社)、《三支决策与粒计算》(科学出版社)和《三支决策——复杂问题求解方法与实践》(科学出版社)。另外,中国粒计算学术研讨会和 IEEE International Conference on Granular Computing 等国内外有关学术活动的开展,也极大地促进了粒计算理论及其应用的发展。

本书由国内外粒计算研究领域的多位华人学者合作撰写。书中介绍了各位作者及其研究团队近年来在商空间理论、三支决策理论和粗糙集理论研究方面取得的最新研究成果,总结了相关研究进展。本书可为人工智能领域的专家或研究人

员提供参考。

全书组织结构如下：第1章问题求解商空间理论形成始末，由张钊撰写；第2章商空间理论及应用综述，由赵姝、张冬、余成进、陈洁、张燕平撰写；第3章多粒度商空间分类搜索与结构分析，由张清华、张涛、徐凯、王国胤撰写；第4章基于粒度空间的最优聚类模型及应用，由唐旭清撰写；第5章基于粒化的服务组合优化问题研究，由张以文、崔光明撰写；第6章基于商空间理论的网络图路径分析，由何富贵、张燕平、赵姝撰写；第7章三支决策：三分而治的思维方式和方法，由姚一豫撰写；第8章面向不完备数据的三支决策聚类方法，由洪、苏婷、王国胤撰写；第9章基于广义和狭义视角下的三支决策模型，由刘盾、梁德翠撰写；第10章多粒度三支决策：理论及应用，由鞠恒荣、李华雄、周献中、黄兵、杨习贝撰写；第11章基于代价敏感的三支决策边界域处理模型研究，由陈洁、方莲娣、王刚、赵姝、张燕平撰写；第12章多粒度标记决策表的知识表示与知识获取，由吴伟志撰写；第13章基于概率粗糙集的流计算学习方法，由徐健锋、张远健、张志飞、苗夺谦撰写；第14章群决策的区间犹豫模糊多粒度建模方法，由张超、李德玉、翟岩慧撰写；第15章粗糙集理论的多粒度研究，由徐怡、李龙澍撰写；第16章模糊软集信息集成与群决策方法，由毛军军、吴涛、王翠翠、姚登宝、钱庆庆撰写。

本书的出版得到了国家高技术研究发展计划(2015AA124102-6)、国家自然科学基金(61673020、61402006、61602003)等项目的资助，在此一并致谢。

由于作者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

目 录

丛书序

前言

第 1 章 问题求解商空间理论形成始末	1
1.1 引言	1
1.2 商空间理论的探索阶段	1
1.3 商空间理论的形成阶段	3
1.4 本章小结	4
参考文献	5
第 2 章 商空间理论及应用综述	8
2.1 引言	8
2.2 商空间理论基础	9
2.2.1 基本模型	9
2.2.2 基本操作	10
2.2.3 基本性质和原理	12
2.3 商空间理论的发展	14
2.3.1 基于模糊等价关系的商空间模型	14
2.3.2 基于模糊相容关系的商空间模型	17
2.3.3 动态商空间模型	18
2.3.4 基于代数结构的商空间模型	19
2.3.5 合成技术的扩充	20
2.4 基于商空间理论的模型及应用研究	22
2.4.1 分类	22
2.4.2 聚类	23
2.4.3 模式识别	23
2.4.4 网状问题求解	24
2.4.5 推荐	24
2.4.6 系统层次设计	25
2.4.7 资源调度	25
2.4.8 模糊控制	25

2.4.9	服务组合优化	25
2.4.10	信息检索	25
2.4.11	其他应用	26
2.5	本章小结	26
	参考文献	28
第 3 章	多粒度商空间分类搜索与结构分析	32
3.1	引言	32
3.2	相关基本概念及引理	34
3.3	基于统计期望的多粒度搜索模型和方法	36
3.3.1	粒化层数为 1 的情况	38
3.3.2	粒化层数为 2 的情况	39
3.3.3	粒化层数为 i 的情况	41
3.3.4	确定最优粒化层数	43
3.4	模糊等价关系对应的多粒度知识空间	51
3.5	分类同构与粒度同构	55
3.6	同构模糊等价关系的生成算法	56
3.7	本章小结	60
	参考文献	61
第 4 章	基于粒度空间的最优聚类模型及应用	66
4.1	引言	66
4.2	粒度空间理论与优化聚类指标	67
4.2.1	粒度空间理论	67
4.2.2	基于粒度空间的优化聚类指标	69
4.2.3	获取最优聚类的聚类算法	71
4.3	H1N1 流感病毒蛋白系统的多层结构及系统约简	72
4.3.1	H1N1 流感病毒蛋白的序列特征提取	73
4.3.2	H1N1 流感病毒的最优聚类与签名病毒选取	74
4.3.3	病毒系统二级结构的有效性验证与系统约简	75
4.3.4	结果分析与讨论	76
4.4	基于决策树的乳腺癌亚型异质性探索	78
4.4.1	乳腺癌研究现状	78
4.4.2	数据资源	79
4.4.3	方法和模型	79
4.4.4	实验结果	83
4.4.5	结果讨论	85

4.5 本章小结	89
参考文献	89
第 5 章 基于粒化的服务组合优化问题研究	94
5.1 引言	95
5.2 服务组合问题常用术语及模型	96
5.2.1 服务组合模型	97
5.2.2 质量约束模型	99
5.3 基于任务粒化的优化方法	103
5.3.1 任务粒化模型构建	104
5.3.2 单属性服务组合任务粒化可行性分析	108
5.3.3 多属性服务组合问题的任务粒化可行性分析	109
5.3.4 任务粒化时间复杂度分析	112
5.4 基于约束粒化的 QoS 约束感知服务组合优化方法	112
5.4.1 质量约束聚合	113
5.4.2 索引图构建	116
5.4.3 索引图查询	119
5.5 本章小结	120
参考文献	121
第 6 章 基于商空间理论的网络图路径分析	123
6.1 引言	123
6.2 商空间理论	124
6.2.1 等价关系商空间理论	124
6.2.2 相容关系商空间理论	126
6.2.3 网络图数据粒化	128
6.3 基于商空间理论的路径分析	131
6.3.1 加权网络图商空间最佳路径方法	131
6.3.2 无向无权网络图商空间最短路径方法	133
6.3.3 基于商空间的网络图多条最短路径方法	135
6.4 商空间理论的大规模网络图最短路径分析	136
6.4.1 基于社团的多粒度网络图分解	136
6.4.2 大规模网络图最短路径方法	138
6.4.3 实验及其分析	140
6.5 本章小结	144
参考文献	145

第 7 章 三支决策：三分而治的思维方式和方法	146
7.1 引言	146
7.2 三支决策的三个发展阶段	148
7.3 三分而治的三支决策模型	150
7.4 三支决策与科学研究	151
7.4.1 三支决策中的三点、三线和一面	151
7.4.2 三元思维在科学研究中的实例	152
7.5 三元思维与粒计算三元论	154
7.6 本章小结	157
参考文献	157
第 8 章 面向不完备数据的三支决策聚类方法	162
8.1 引言	162
8.2 相关基础理论	165
8.2.1 不完备信息系统	165
8.2.2 三支决策聚类表示	166
8.2.3 无监督聚类与半监督聚类	167
8.2.4 基于密度峰值的快速聚类方法	168
8.3 面向不完备数据的三支决策聚类策略	169
8.3.1 不完备数据的相似性度量	169
8.3.2 基于邻域对象的缺失数据区间填充	171
8.3.3 不完备数据的无监督聚类算法	172
8.3.4 不完备数据的半监督聚类算法	174
8.4 实验分析	175
8.4.1 数据集及评价指标	175
8.4.2 确定邻域半径的实验	177
8.4.3 对比实验	178
8.5 本章小结	184
参考文献	185
第 9 章 基于广义和狭义视角下的三支决策模型	188
9.1 引言	188
9.2 两个案例：生活中的三支决策	190
9.3 广义三支决策模型	193
9.4 狭义三支决策模型	197
9.5 三支决策的粒结构层次模型	201
9.6 本章小结	202
参考文献	203

第 10 章 多粒度三支决策：理论及应用	205
10.1 引言	205
10.2 三支决策与粒计算	206
10.3 三支决策与粗糙集	208
10.3.1 Pawlak 粗糙集中的三支决策	208
10.3.2 决策粗糙集中的三支决策	209
10.4 基于 Parallel 策略的多粒度决策粗糙集模型	210
10.4.1 乐观与悲观多粒度决策粗糙集	211
10.4.2 柔性多粒度决策粗糙集	212
10.4.3 决策规则和决策代价	215
10.4.4 阈值学习的朴素算法	217
10.4.5 实验分析	218
10.5 基于 Sequential 策略的多粒度三支分类模型	221
10.5.1 Sequential 三支决策方法	221
10.5.2 Local 和 Global 约简	222
10.5.3 Sequential 三支分类器	225
10.5.4 实验分析	226
10.6 本章小结	229
参考文献	229
第 11 章 基于代价敏感的三支决策边界域处理模型研究	233
11.1 引言	233
11.2 三支决策相关理论	235
11.2.1 构造型覆盖算法简介	235
11.2.2 基于构造型覆盖算法的三支决策模型	236
11.2.3 基于构造型覆盖算法的三支决策模型的边界域处理方法	237
11.3 基于 CCA 的代价敏感边界域处理模型	239
11.3.1 三种选择覆盖半径的方法	239
11.3.2 CPBM 算法实现过程	240
11.3.3 实验结果及分析	241
11.4 基于 K 最近邻的代价敏感三支决策边界域处理模型	245
11.4.1 K 最近邻算法简介	245
11.4.2 CTK 算法的实现过程	246
11.4.3 实验结果及分析	249
11.5 基于代价敏感边界域处理的社团发现算法	253
11.5.1 基于聚类粒化的重叠社团划分算法	254

11.5.2	重叠社团中的三个域	255
11.5.3	C-TWD 算法实现过程	256
11.5.4	实验结果及分析	256
11.6	本章小结	257
	参考文献	258
第 12 章	多粒度标记决策表的知识表示与知识获取	260
12.1	引言	260
12.2	标记划分结构与粗糙近似	261
12.2.1	Pawlak 粗糙集近似	261
12.2.2	标记划分	262
12.2.3	多粒度标记划分结构	267
12.2.4	多粒度标记划分决策结构	270
12.3	多粒度标记决策表的知识获取	271
12.3.1	决策表与决策规则	271
12.3.2	多粒度标记信息系统	275
12.3.3	协调的多粒度标记决策表的知识获取	279
12.3.4	不协调的多粒度标记决策表的知识获取	281
12.4	本章小结	287
	参考文献	287
第 13 章	基于概率粗糙集的流计算学习方法	289
13.1	引言	289
13.2	概率粗糙集三支决策基础理论	291
13.3	概率粗糙集的流计算方法	292
13.3.1	流计算学习方法下的条件概率更新	292
13.3.2	流计算学习方法下的三支区域更新	299
13.3.3	流计算学习方法下的单对象更新算法	303
13.4	实验与分析	307
13.5	本章小结	314
	参考文献	314
第 14 章	群决策的区间犹豫模糊多粒度建模方法	316
14.1	引言	316
14.2	相关概念与理论	318
14.2.1	区间犹豫模糊集的定义	318
14.2.2	区间犹豫模糊集的运算	319
14.2.3	区间犹豫模糊集的比较	320

14.2.4	双论域多粒度粗糙集	321
14.3	双论域区间犹豫模糊多粒度粗糙集	322
14.4	基于双论域区间犹豫模糊多粒度粗糙集的决策模型	324
14.4.1	问题描述	324
14.4.2	模型建立	326
14.4.3	模型算法	331
14.5	算例及分析	332
14.5.1	算例描述	332
14.5.2	决策分析	335
14.5.3	对比性分析	338
14.6	本章小结	340
	参考文献	340
第 15 章	粗糙集理论的多粒度研究	346
15.1	引言	346
15.2	粗糙集相关理论	347
15.3	基于属性的多粒度粗糙集研究	349
15.3.1	多粒度粗糙集模型	349
15.3.2	多粒度粗糙集模型的粒度约简	354
15.3.3	多粒度粗糙集模型的规则提取	356
15.3.4	多粒度粗糙集模型的扩展	360
15.4	基于属性值的多粒度粗糙集研究	360
15.4.1	概念层次树	361
15.4.2	层次粗糙集模型	363
15.4.3	基于层次粗糙集模型的泛化约简	367
15.4.4	基于层次粗糙集模型的规则提取	368
15.5	本章小结	372
	参考文献	372
第 16 章	模糊软集信息集成与群决策方法	377
16.1	引言	377
16.2	模糊软集的相关模型	377
16.3	模糊软矩阵的粒度分析	382
16.3.1	模糊软矩阵的可能度及 α -优势类	382
16.3.2	基于 α -覆盖近似空间的变精度粒度分析	384
16.4	优势关系下的二粒度双极值粗糙	387
16.5	模糊软集信息的集成算子	390

16.5.1	模糊软集的集成算子·····	390
16.5.2	直觉模糊软集的集成算子·····	392
16.5.3	动态双极值模糊软集信息集成·····	394
16.6	模糊软集信息的群决策方法·····	394
16.6.1	基于水平软集的模糊软集决策方法·····	394
16.6.2	基于模糊软矩阵的群决策方法·····	396
16.6.3	基于水平软集的直觉模糊软集决策方法·····	401
16.6.4	基于直觉模糊软矩阵的群决策方法·····	402
16.6.5	双极值模糊软集的决策方法·····	407
16.7	本章小结·····	410
	参考文献·····	410
	后记·····	414

第 1 章 问题求解商空间理论形成始末

张 钹

清华大学计算机科学与技术系

1.1 引 言

商空间理论作为粒度计算中的一种主要理论，在多粒度计算方面有着独特的优势。它将不同粒度世界与数学上的商集概念相互统一，是论述多粒度计算的主要理论模型。多粒度计算来源于 Hobbs 的论断：人类智能进行求解的基本特征之一，就是具有从不同的粒度上观察世界，并且能够很快地从一个抽象层次转换到其他层次的能力，即分层次地处理^[1]。对于复杂问题，多粒度计算能够有效地降低问题求解的复杂性。商空间理论研究的是各个商空间之间的关系，商空间的分解、合成及商空间中的推理等。近年来，商空间理论在图像处理^[2,3]、网络分析^[4]、复杂问题求解^[5-7]等方面得到了广泛的应用。本章主要对商空间理论的形成始末进行简要的回顾，并对商空间理论的未来发展进行展望。

1.2 商空间理论的探索阶段

我与张铃合作从事人工智能研究始于 1978 年，当时刚刚改革开放，国内相关的文献很少，尽管我们查阅过所有能够收集到的文献，但也只能了解人工智能的皮毛。1980 年 2 月，我到美国伊利诺伊大学(University of Illinois Urbana-Champaign) CSL(Coordinated Science Laboratory)访问，目的是学习人工智能。当时 CSL 在人工智能上有两个研究方向，一个是机器人，另一个是专家系统，其实这两者也是当时美国各大学人工智能的主要研究内容。尽管实验室有一台 PUMA 机械臂，当时却没有从事有关研究的项目。我们对机器人颇感兴趣，经过商量之后，把机器人运动规划作为首个研究目标。当时国际上运动规划(motion planning)的研究也刚刚起步，可参考的文献很少，我们找到其中的 3 篇^[8-10]。通过这些文献知道了什么是机器人运动规划，以及一个称为剖分(subdivision)的规划方法。这个方法尽管非常简单与直观，但我们从中学到了一个机器人规划的表示方法——组合空间

(configuration space)表示。它的基本思路是：将机器人压缩为一个点，而将“障碍”进行相应的扩展，形成一个新的组合空间。于是将机器人运动路径规划问题转变为组合空间中寻找点的无碰轨迹。剖分法很简单，先将组合空间切割成细小的方块，从这些小块中找出无碰路径(collision-free path)。显然，组合空间表示法降低了寻找路径的难度，但剖分法本身则十分粗糙。于是我们在组合空间表示的基础上，引进分层规划(hierarchical planning)的概念，将组合空间中的无碰路径规划分成两步：第一步，将组合空间简化为一个等价的拓扑空间，在这个简化空间中，首先判别出不存在通路的空间，而将这部分空间删除；第二步，回到原来的几何空间，在剩下的空间中寻找无碰路径。利用分层路径规划的方法显然可以降低计算复杂度。我们根据此思路撰写了一篇文章，投到 *IEEE Transactions PAMI* 杂志，很快就被录用^[11]。这是我们第一次撰写学术文章，对撰写的规则很不清楚，包括作者署名，以为既然工作是在 CSL 中做的，就把该实验室主任 R. T. Chien(钱天闻)列为第一作者。

接着我们进行第二项研究工作，即 A^* 启发式搜索。 A^* 算法在人工智能中是一个经典算法，教科书里都有，尽人皆知，似乎没有什么可值得研究的。美国 Pearl 等的两篇文章^[12,13]引起了我们的注意，我们第一次看到数学公式出现在人工智能的文章中。他们用统计方法分析了 A^* 搜索的平均复杂度，指出如果启发式估计 $h(n)$ 满足以下条件：

$$p\left(\left|\frac{h(n)-h^*(n)}{h(n)}\right|>\varepsilon\right)>\frac{1}{m} \quad (1.1)$$

其中 m 为分支因子，则 A^* 算法的平均计算复杂度为 N 的指数函数， N 表示目标所在的深度。这个结果表明，如果启发式估计的相对误差大于 ε 的概率超过一定范围($1/m$)，那么其计算复杂度与目标所在的深度 N 呈指数关系。可见， A^* 算法是一个效率很低的搜索算法，由此我们萌生了改进 A^* 算法的念头。 A^* 搜索把搜索树上的节点 n 看成孤立的点，从 n 点出发得到估计函数 $h(n)$ ，通常其估计精度难以保证，这是这个算法的主要缺陷。我们同样根据分层递阶(hierarchy)的思路，设想如果把节点 n 看成一棵以 n 为根的子树，对子树中的众多节点进行采样，并利用这些样本，根据某个统计推断的方法，判断该子树包含目标的概率。然后将包含目标概率最小的子树删除，继续对剩下的子树按同样办法逐层向下搜索，直至找到目标。根据这种按层次进行搜索的思想，我们提出了一个新的启发式搜索算法——统计启发式搜索(简称 SA * 算法)，并从理论上证明 SA * 算法的确可以降低计算复杂度。根据这些内容我们撰写了两篇文章，分别投到人工智能国际联合会(IJCAI-83)^[14]和 *IEEE Transactions PAMI-85* 杂志^[15]，都很快被录用。

尽管我们当初撰写文章时，经验不足，可参考的文献又很少，无论在英文表

达还是内容上都存在不少缺陷,且所投的又都是顶级的会议和杂志,但依然很快被录用。现在看来,其原因主要是:文章[11]、[14]和[15]中这个看似简单的却具有广泛普适性的“分层递阶”思想打动了审稿人,也正是这个思想形成了后来的问题求解商空间理论。

1.3 商空间理论的形成阶段

“分层递阶”概念在自动控制领域很早就有广泛的应用,人工智能领域也给予了其充分的关注,如人工智能创始人之一 Simon 分别于 1969 年和 1996 年在文献 [16]和[17]中指出分层递阶系统(hierarchical system)的普适性和重要性,1985 年 Hobbs^[18]从粒度(granularity)的角度对“分层递阶”的重要性进行了进一步的阐述,指出“从不同粒度观察问题与解决问题,并能够在不同粒度上往返自如”正是人类问题求解的重要特点。尽管如此,在人工智能领域研究这个问题的人并不多。80 年代中期,我们开始在原来工作的基础上,探讨“分层递阶”方法的形式化,并经过多年的努力,逐步建立起一套理论体系。为建立这套理论体系,需要解决两个基本问题,一是“问题求解”的表示(representation)问题,二是不同层次(粒度)的划分、表示及相互转换关系。

一个问题(problem)通常以二元组 (X, F) 表示, (X, F) 又称表示空间^[11],其中 X 为论域, F 为属性(特征或函数)。我们在表示中引入三元组 (X, F, T) (空间),其中 T 为结构,表示论域中各个元素之间的关系。引入结构 T 对表示空间进行更细致的刻画,有利于以后的推理与预测。在二元组表示中为了表示元素之间的关系,通常需要引入附加的规则,不如结构表示来得直接与方便。为了表示“问题求解”的不同层次(粒度),我们最初利用等价关系(equivalence relation)对论域进行划分,以得到粗粒度的空间表示,即 $([X], [F], [T])$ 。在粗糙集理论^[19]中,虽然也采用等价关系对论域进行划分,其目的却是描述不确定性(粗糙度)。后来,我们将粒度的划分扩展到更一般的关系,如相容关系(tolerance relation)和模糊关系(fuzzy relation)等。称空间 $([X], [F], [T])$ 为原空间 (X, F, T) 的商空间(quotient space),其中 $[X]$ 是 X 的商论域, $[F]$ 是 F 的商特性, $[T]$ 是 T 的商结构。在商空间概念的基础上,通过代数方法,建立了一套问题求解的商空间理论(相关内容可参见文献[20]和[21])。在这个理论中,解决了以下问题:①多粒度计算的计算复杂度,以及在何种条件下可以利用多粒度计算来降低计算复杂度;②多粒度空间中的推理;③不同粒度空间中的信息合成与融合。有了多层次(多粒度)模型,可以很方便地进行自顶向下(从粗粒度到细粒度)和自底向上(从细到粗)的信息处理。

20 世纪 80~90 年代,商空间理论和方法在国内得到广泛的应用和引用^[2,3,22-52],

其应用范围十分广泛,包括图像分析、信息检索、产量预测、故障诊断、数据挖掘和质量评估等。商空间理论能够得到广泛的应用,除了其普适性,与已有的模糊集^[53]和粗糙集理论^[19]相比,具有以下特点。模糊集理论本质上是描述事物的模糊性(不确定性),与粒度计算并无直接关系,如果把模糊度看成对事物的一种“粗粒度”描述,那么在模糊集理论中采用精确的隶属度函数来描述“模糊度”则与多粒度计算原理相违背。尽管粗糙集理论原来也是用来描述不确定性(粗糙度)的,但一定程度上可以看成对粒度的一种度量。粗糙集理论近来已经发展成为粒度计算的一个分支,是一个“顺理成章”的结果,但它也存在一定的局限性。例如,把论域看成元素的集合,缺乏对领域结构的描述;此外,对于不同粒度空间之间的相互关系,也缺乏严格的形式化表达,作为多粒度的计算工具不是很方便。将商空间理论运用于解决具体领域的问题时,需要运用领域知识与经验人工地建造计算模型,难以解决大规模的问题,这是其主要缺点。粗糙集理论重视从数据中建立计算模型,例如,其信息系统(information system)^[11]表示方法,可以利用数据建立系统模型。这是其优点,因此也得到广泛的应用。尽管如此,在大数据时代来临之前,由于缺乏数据,无论哪一种粒度计算的理论和方法都难以充分施展。

1.4 本章小结

无论是我们提出的 SA* 算法还是分层运动规划方法,如果运用于解决实际问题,都需要大数据的支持。可惜当时没有大数据,因此无法充分发挥它们的作用。随着深度学习(deep learning, deep structured learning, hierarchical learning)的出现^[53-55],通过深度神经网络,可以直接从数据中学习问题的多层次(多粒度)表示,即从数据中获得层次的模型,为商空间理论以及其他粒度计算理论提供广阔的发展空间。我们可以从任何一个多层神经网络中^[56,57]清楚地看到多层次的“商空间”结构。以图像识别为例,神经网络第一层的感受野(receptive field)最小,它获取最简单的图像特征在不同朝向的线条。随着层次的上升,感受野(粒度)越来越大,所获得的特征越来越复杂。各个层次之中的卷积计算,相当于各层次中的算子(operator),不同层的计算粒度不相同。不同层次之间的池化(pooling)计算,相当于商空间中从细粒度到粗粒度之间的转换。这种运算正如我们讨论过的^[20,21],可以取均值、加权平均或最大值等。在前向深度神经网络中,主要是自底向上的运算。在反馈神经网络中,既有自底向上,又有自顶向下的运算。在建立问题求解的商空间理论中,由于数据的缺乏,我们主要关注的是知识驱动,需要利用领域知识或经验人工建立层次结构的模型。这和传统人工智能一样具有很大的局限性,

因为专家的知识是稀缺和昂贵的,而且像常识一样很难清晰地表达,而有了数据驱动的建模方法,使我们有了更多的建立多粒度模型的手段。后深度时代为我们带来两个重要“礼物”:一是大数据;二是贝叶斯概率统计方法^[58,59]。有了这两大“礼物”,我们将有可能通过数据驱动与知识驱动的结合,推动商空间理论今后的进一步发展。

参 考 文 献

- [1] Qian Y H, Liang J Y. Rough set method based on multi-granulations. Proceedings of the 5th IEEE International Conference on Cognitive Informatics, 2006: 297-304.
- [2] 刘仁金, 黄贤武. 图像分割的商空间粒度原理. 计算机学报, 2005, 28(10): 1680-1685.
- [3] 张向荣, 谭山, 焦李成. 基于商空间粒度计算的 SAR 图像分类. 计算机学报, 2007, 30(3): 483-490.
- [4] Zhang L, He F, Zhang Y, et al. A new algorithm for optimal path finding in complex networks based on the quotient space. Fundamenta Informaticae, 2009, 93(4): 459-469.
- [5] 齐平, 李龙澍. 云环境下结合模糊商空间理论的资源调度算法. 小型微型计算机系统, 2013, 34(8): 1793-1797.
- [6] 陈杰, 吴狄, 张娟. 分布式仿真系统层次设计商空间粒计算模型. 自动化学报, 2010, 36(7): 923-930.
- [7] 夏纯中, 宋顺林. 基于商空间的层次式数据网格资源调度算法. 通信学报, 2013, 34(6): 146-155.
- [8] Lozano-Pérez T, Wesley M A. An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles. Communications of the ACM, 1979, 22(10): 560-570.
- [9] Boyse J W. Interference detection among solids and surfaces. Communications of the ACM, 1979, 22(1): 3-9.
- [10] Ahuja N, Chien R T, Yen R, et al. Interference detection and collision avoidance among three dimensional objects. National Conference on Artificial Intelligence Stanford University, 1980: 44-48.
- [11] Chien R T, Zhang L, Zhang B. Planning collision-free paths for robotic arm among obstacles. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, (1): 91-96.
- [12] Huyn N, Dechter R, Pearl J. Probabilistic analysis of the complexity of A^* . Artificial Intelligence, 1980, 15(3): 241-254.
- [13] Pearl J. Heuristic search theory: Survey of recent results. Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1981, 1: 554-562.
- [14] Zhang L, Zhang B. The statistical inference method in heuristic search techniques. Proceedings of the 8th International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1983, 2: 757-759.
- [15] Zhang B, Zhang L. A new heuristic search technique—Algorithm SA. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1985, (1): 103-107.
- [16] Simon H A. The Science of the Artificial. London: MIT Press, 1969.
- [17] Simon H A. The Science of the Artificial. 3rd ed. London: MIT Press, 1996.

- [18] Hobbs J R. Granularity. Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1985, 1: 432-435.
- [19] Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. New York: Springer Science & Business Media, 2012.
- [20] 张铃, 张钊. 问题求解理论及应用: 商空间粒度计算理论及应用. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [21] Zhang L, Zhang B. Quotient Space Based Problem Solving: A Theoretical Foundation of Granular Computing. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2014.
- [22] 关泽群. 商空间下的遥感图像分析理论探讨. 武汉: 武汉测绘科技大学博士学位论文, 1995.
- [23] 彭岚. 基于商空间理论的粒度计算方法. 长沙: 中南大学硕士学位论文, 2009.
- [24] 陈圣兵. 基于商空间理论的海量信息检索模型研究. 合肥: 安徽大学硕士学位论文, 2010.
- [25] 郎咸吉. 商空间合成方法的研究. 长沙: 中南大学硕士学位论文, 2013.
- [26] 吴丽丽. 粒度计算与粗集、泛系、商空间理论的研究. 兰州: 兰州大学硕士学位论文, 2011.
- [27] 周广城. 粒计算模型及应用. 杭州: 浙江大学硕士学位论文, 2011.
- [28] 朱晓然, 赵荣珍, 黄义仿. 商空间理论及其在故障诊断中的应用. 兰州大学学报, 2008, 2: 29-31.
- [29] 杨雪洁, 赵姝, 张燕平. 基于商空间理论的冬小麦产量预测和分析. 计算机技术与发展, 2008, 3: 249-252.
- [30] 张健, 方宏彬, 孙启林. 基于商空间理论的非平衡数据集分类算法. 计算机应用, 2012, 32(1): 210-212.
- [31] 文贵华, 向君, 丁月华. 基于商空间粒度理论的大规模 SVM 分类算法. 计算机应用研究, 2008, 8: 2299-2301.
- [32] 周红芳. 基于商空间理论的 K-means 改进算法. 西安理工大学学报, 2013, 29(4): 400-405.
- [33] 徐怡, 李龙澍, 李学俊. 基于商空间理论的遥感图像分割. 计算机技术与发展, 2007, 17(9): 58-60.
- [34] 石晓敬. 基于商空间粒度理论的三维网格分割方法. 计算机应用与研究, 2010, 27(4): 1598-1600.
- [35] 李道国, 苗夺谦, 张红云. 粒度计算的理论、模型与方法. 复旦大学学报, 2004, 43(5): 837-841.
- [36] 许相莉, 张利彪, 于哲舟, 等. 基于商空间粒度计算的图像检索. 计算机研究与发展, 2010, 7: 337-342.
- [37] 路强, 刘晓平. 基于商空间粒度计算的产品功能模型. 工程图学学报, 2009, (6): 174-180.
- [38] 张月琴, 王利花, 宁晓青. 商空间理论在道路交通事故分析中的应用. 电脑开发与应用, 2011, 24(3): 22-24.
- [39] 孙群, 刘国壁, 袁宏俊. 基于商空间理论的太阳能光伏发电项目评价研究. 牡丹江师院学报, 2013, 4: 11-14.
- [40] 曾法力, 李爱萍, 谢楠. 基于商空间理论的可重构机床粒计算方法研究. 同济大学学报, 2012, 40(6): 914-919.
- [41] 刘静, 谢刚. 粒计算研究现状及展望. 软件, 2011, 32(3): 4-10.

- [42] 王向阳. 粒度计算中的商结构. 计算机技术与发展, 2008, 8(1): 111-114.
- [43] 张月琴, 曾倩倩. 基于商空间的煤矿瓦斯浓度预测研究. 电脑开发与应用, 2011, 24(4): 1-6.
- [44] 石扬, 张燕平, 赵姝, 等. 基于商空间的气象时间序列数据挖掘研究. 计算工程与应用, 2007, 43(1): 201-203.
- [45] 王文军. 基于商空间理论的高校教师综合素质评价模型. 上海工程技术大学学报, 2007, 21(1): 57-60.
- [46] 刘国壁, 孙群, 袁宏俊. 商空间理论在道路交通事故中的应用. 佳木斯大学学报, 2013, 31(5): 743-748.
- [47] 张钦, 徐武明, 徐振明. 根据商空间粒度理论解决并行调度和粒度优化. 计算科学, 2006, 33(7): 102-114.
- [48] 郭显娥, 王文军. 基于商空间理论层次 Cube 操作的聚集算法研究. 宁夏大学学报, 2009, 30(2): 128-131.
- [49] 赵立权. 模糊集、粗糙集和商空间理论的比较研究. 计算机工程, 2011, 37(2): 22-24.
- [50] 张萌, 李国喜, 龚京忠, 等. 基于模糊商空间理论的产品粒化过程分析. 国防科技大学学报, 2012, 5(1): 181-186.
- [51] 徐峰. 基于商空间理论的模糊粒度计算方法. 模式识别与人工智能, 2004, 4: 424-429.
- [52] 张清华, 王国胤, 刘显全. 分层递阶的模糊商空间结构分析. 模式识别与人工智能, 2007, 34(8A): 156-161.
- [53] Bengio Y. Learning deep architectures for AI. Foundations and Trends in Machine Learning, 2009, 2(1): 1-127.
- [54] Song H A, Lee S Y. Hierarchical representation using NMF. International Conference on Neural Information Processing, 2013: 466-473.
- [55] LeCun Y, Bengio Y, Hinton G. Deep learning. Nature, 2015, 521(7553): 436-444.
- [56] LeCun Y, Bengio Y. Convolutional networks for images, speech, and time series. The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, 1995, 3361(10): 1995.
- [57] LeCun Y. LeNet-5, convolutional neural networks. [http://yann.lecun.com/exdb/lenet\[2015-10-2\]](http://yann.lecun.com/exdb/lenet[2015-10-2]).
- [58] Box G E P, Tiao G C. Bayesian Inference in Statistical Analysis. New York: John Wiley & Sons, 2011.
- [59] Pearl J. Causal inference in statistics: An overview. Statistics Surveys, 2009, 3: 96-146.

第 2 章 商空间理论及应用综述

赵 姝 张 冬 余成进 陈 洁 张燕平
安徽大学计算机科学与技术学院

2.1 引 言

人类智能的宏观分析能力主要体现在人们能从极不相同的粒度上观察和分析同一问题，人们不仅能在不同粒度的世界上进行问题求解，而且能够很快地从一个粒度世界跳到另一个粒度世界，往返自如，毫无困难。基于商空间粒度计算理论不仅可以表示对象的属性，而且可以表示对象之间的结构关系，同时可以描述各种不同粒度世界之间转移、变换、合成和分解等关系，这正是描述人类智能宏观分析能力的有力工具。商空间理论模型首先由张铃等^[1]从人工智能的研究角度出发，于 1990 年在其专著《问题求解理论及应用》中提出。随后的近 20 年的时间里，问题求解的商空间理论在国内外学者和相关领域学者的关注下有了新的发展，并在其他领域得到应用，进一步将其发展成为一种以商空间理论为基础的粒度计算理论^[2]，并成为粒计算理论之一。粒计算并不是一个具体的模型或者算法，而是一种方法论，在它的“大伞”下，包含很多具体的模型，如词计算、粗糙集、商空间、云模型、区间集、领域系统等^[3]。

商空间理论的提出和发展主要经历了三个发展阶段：第一阶段，基于等价关系，得到与之对应的商空间，从而将问题表述成不同的粒度世界，并以此构建基于等价关系的商空间理论；由于很多现实问题都属于模糊概念，没有明确的分类边界，等价关系被拓展为模糊等价关系和模糊相容关系^[2]，形成第二阶段的基于模糊等价关系和模糊相容关系的商空间理论；第三阶段，为了解决加入时间变量的动态问题，原有的商空间理论模型则扩展为动态商空间模型。在三种商空间模型的发展过程中，其基本操作和相关性质都有进一步的完善与扩充，推动了商空间理论与其他理论及应用相结合。在不同的发展阶段，商空间理论为其他领域的问题求解提供了一套强有力的工具，其应用于机器学习^[4-17]、模式识别^[18-22]、网

本章工作获得国家自然科学基金项目(61402006、61673020、61602003)、安徽省自然科学基金项目(1508085MF113、1708085QF156)、教育部留学回国人员科研启动基金项目(第 49 批)的资助。

状问题求解^[23-37]、推荐系统^[38]等领域都取得了较好的研究成果,吸引了更多的学者研究商空间理论与应用。

本章中,2.2节将给出商空间的理论基础,详细介绍商空间基本模型、基本操作及基本性质与定理。2.3节分别从基于模糊等价关系的商空间模型、基于模糊相容关系的商空间模型、动态商空间模型、基于代数结构的商空间模型及合成技术的扩充五个方面详细介绍商空间理论的发展过程。2.4节具体介绍基于商空间理论提出的方法、理论与模型,并给出重要的应用实例及其效果。2.5节对商空间理论进行整体的梳理与总结,并对未来的研究热点与新的结合点进行展望。

2.2 商空间理论基础

商空间理论以三元组 (X, f, T) 表示问题的论域、属性、结构,用商集 $[X]$ 对应的三元组 $([X], [f], [T])$ 表示不同的粒度,即商空间,这个模型不但可表示对象的属性,而且可以表示对象之间的结构关系,同时可描述各种不同粒度世界之间转移、变换、合成和分解等关系;能充分表述人类从粗到细、由表及里,从多侧面、多层次上分析问题的能力。该理论深入研究了不同粒度世界之间的转换规律和关系,并建立起一整套性质、命题和原理,如在理论上证明对系统建立合理的分层商空间结构,能有效地降低求解的复杂性(最大可将指数复杂性降为线性复杂性);建立了不同粒度之间的保假原理,即一个问题在粗粒度空间上无解则在细粒度空间上一定也无解,以及保真原理,即问题在两个商空间上有解,则在它合成的第三个商空间上也一定有解,这些原理大大降低了分析系统的复杂性。

本节从基本模型、基本操作以及基本性质和原理三个方面概述商空间理论的基础。

2.2.1 基本模型

定义 2.1(问题描述) 以三元组 (X, f, T) 描述一个问题,其中 X 表示问题的论域(universe), $f(\cdot)$ 表示论域的属性,以函数 $f: X \rightarrow Y$ 表示, Y 可以是实数集合、 n 维空间 \mathbf{R}^n 中的集合,也可以是更一般的空间。 $f(\cdot)$ 可以是单值的,也可以是多值的。对论域中任一元素 $x \in X$,有一个相应的 $f(x)$,表示 x 的某些属性,所以 $f(\cdot)$ 又称属性函数。 T 是论域的结构,指论域 X 中各元素之间的相互关系。

其中,“结构”是对象描述中最复杂的部分,描述结构的方法有很多。一般地,如欧氏空间中的欧氏距离、内积空间中的内积、距离空间中的距离、半序空间中的半序、拓扑空间中的拓扑、网络中的无向图及有向图等,这是一大类;另一大类则是由运算形成的结构,如代数中讨论的线性空间、群、环、域、格

及逻辑推理等；也可以是上面两类结构的结合，如赋范空间、赋范环等结构；还可以是其他过去未深入研究过的结构，如时间规划中两事件之间的 13 种时间关系^[39-41]等。

定义 2.2(商空间模型) 分析或求解问题 (X, f, T) ，是指对论域 X 及其有关的结构、属性进行分析和研究。对于问题 (X, f, T) ，从不同的粒度(角度、层次)考察问题 (X, f, T) ，是指给定 X 的一个等价关系 R ^[2]，并由 R 产生商集 $[X]$ ，然后将 $[X]$ 当成新的论域，研究相应的问题 $([X], [f], [T])$ ，其中 $[f]$ 和 $[T]$ 分别表示商集 $[X]$ 上对应的商属性函数和商结构。称 $([X], [f], [T])$ 为 (X, f, T) 的商空间，那么 X 的所有不同的商集及其对应的商空间就构成了问题 (X, f, T) 的不同粒度世界。

2.2.2 基本操作

1. 粒化

基于商空间的粒化可以从三个角度进行：一是直接对论域 X 进行颗粒化，再通过不同粒度的合成产生新的粒度，即对论域 X 粒化；二是对属性 f 取不同的粒度，通过属性的粒度对论域进行划分，达到粒化的目的；三是对结构 T 取不同粒度，得到粗粒度的结构，再导出论域中对应的不同商空间^[2]。

需要特别强调的是，对结构直接进行“粗化”，由此产生新的粗结构 $\langle T \rangle$ ，称为商结构，然后利用商结构 $\langle T \rangle$ 在论域中产生对应的商集 $\langle X \rangle$ ，以及对属性产生对应的商属性 $\langle f \rangle$ ，这三者共同形成新的商空间 $(\langle X \rangle, \langle f \rangle, \langle T \rangle)$ 。通过结构的颗粒化，也能得出粗粒度的商空间，但这样的空间一般未必能从论域或属性的粒化中得到^[42]。与其他粒计算理论相比，商空间理论最大的特点就是其具有重视结构的作用。

问题的不同粒度表示对应于不同的等价关系 R 。从利用等价类来描述“粒度”和利用“粒度”来描述概念的角度看，商空间理论和粗糙集理论有许多相似之处。Pawlak 提出的粒度也是将大量的复杂信息按其各自的特征和性能将其划分成数个较简单的信息块，以方便处理，每个如此划分的信息块被认为是一个粒度^[43]。粗糙集理论中，当论域 X 中各元素之间没有相互关系或相互关系甚少可近似看成无相互关系的情况，即 X 中无结构的情况时，不同的粒度构成可以通过对论域、属性进行不同的划分得到。粗糙集理论已经被证实在实践中是非常有用的，从现实生活中大量的应用来看已经非常明显。这一理论对于人工智能和认知科学尤为重要，在决策支持、专家系统、归纳推理、开关电路等方面具有重要的应用^[44-54]。但是粗糙集理论主要研究的是在给定的空间(知识基)上不同概念表示、转换和相互依存的问题^[55]，其模型中没有描述论域中元素之间关系的方法，只是简单的